

Министерство науки и высшего образования РФ  
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение  
высшего образования  
«СИБИРСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

**СОГЛАСОВАНО**

Заведующий кафедрой

Кафедра математического  
анализа и дифф.уравнений  
(МАиДУ\_ФМиИ)

наименование кафедры

подпись, инициалы, фамилия

«\_\_\_» \_\_\_\_\_ 20\_\_ г.

институт, реализующий ОП ВО

**УТВЕРЖДАЮ**

Заведующий кафедрой

Кафедра математического анализа  
и дифф.уравнений  
(МАиДУ\_ФМиИ)

наименование кафедры

И.В. Фроленков

подпись, инициалы, фамилия

«\_\_\_» \_\_\_\_\_ 20\_\_ г.

институт, реализующий дисциплину

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ  
ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ  
УРАВНЕНИЯ**

Дисциплина Б1.О.14 Дифференциальные уравнения

Направление подготовки /  
специальность 01.03.02 Прикладная математика и  
информатика Профиль 01.03.02.31  
Математическое моделирование и

Направленность  
(профиль)

Форма обучения

очная

Год набора

2020

Красноярск 2021

## РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

составлена в соответствии с Федеральным государственным образовательным стандартом высшего образования с учетом профессиональных стандартов по укрупненной группе

010000 «МАТЕМАТИКА И МЕХАНИКА»

---

Направление подготовки /специальность (профиль/специализация)

Направление 01.03.02 Прикладная математика и информатика Профиль

---

01.03.02.31 Математическое моделирование и вычислительная

---

математика

---

Программу  
составили

доктор физ.-мат. наук, профессор, Родионов  
Александр Алексеевич; канд. физ.-мат. наук, доцент,  
Полынцева Светлана Владимировна

---

## 1 Цели и задачи изучения дисциплины

### 1.1 Цель преподавания дисциплины

Дисциплина «Дифференциальные уравнения» относится к обязательным дисциплинам, входящим в базовую часть профессионального цикла ООП бакалавриата по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика профиль подготовки Математическое моделирование и вычислительная математика

Основные цели преподавания учебной дисциплины «Дифференциальные уравнения»:

- ознакомить студентов с теорией обыкновенных дифференциальных уравнений;
- подготовить студентов к самостоятельному изучению дополнительного материала;
- вооружить умением пользоваться теорией при решении практических задач;
- выработать у студентов навыки математического моделирования реальных явлений с помощью обыкновенных дифференциальных уравнений.

### 1.2 Задачи изучения дисциплины

Основными задачами изучения дисциплины «Дифференциальные уравнения» являются усвоение и применение на практике следующих разделов и тем:

- достаточные условия существования и единственности решений задачи Коши;
- непрерывная зависимость решений от входных данных;
- свойства непродолжаемых решений;
- уравнения с разделяющимися переменными, однородные уравнения, уравнения в полных дифференциалах, интегрирующий множитель, линейное уравнение, уравнение Бернулли, уравнения Лагранжа и Клеро;
- линейные уравнения с постоянными коэффициентами;
- линейная зависимость функций и определитель Вронского; формула Лиувилля – Остроградского; фундаментальные системы и общее решение линейной однородной системы (уравнения); неоднородные линейные системы (уравнения);
- методы исследования устойчивости решений и положений равновесия;
- уравнения с частными производными первого порядка, первые интегралы;

- группы преобразований в ОДУ.

1.3 Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы

<b>ОПК-3:Способен применять и модифицировать математические модели для решения задач в области профессиональной деятельности</b>	
<b>ОПК-3.1:Выписывает математические постановки классических моделей, применяемых в различных областях человеческой деятельности</b>	
Уровень 1	знать основные понятия теории дифференциальных уравнений, определения и свойства математических объектов в этой области, формулировки утверждений, методы их доказательства, возможные сферы их приложений
Уровень 1	уметь решать задачи вычислительного и теоретического характера в области дифференциальных уравнений
Уровень 1	владеть математическим аппаратом дифференциальных уравнений, методами решения задач и доказательства утверждений в этой области
<b>ОПК-3.2:Модифицирует классические математические модели для решения конкретных задач профессиональной деятельности</b>	
Уровень 1	знать основные понятия теории дифференциальных уравнений, определения и свойства математических объектов в этой области, формулировки утверждений, методы их доказательства, возможные сферы их приложений
Уровень 1	уметь решать задачи вычислительного и теоретического характера в области дифференциальных уравнений
Уровень 1	владеть математическим аппаратом дифференциальных уравнений, методами решения задач и доказательства утверждений в этой области
<b>ОПК-3.3:Применяет методы математического моделирования для решения конкретных задач профессиональной деятельности</b>	
Уровень 1	знать основные понятия теории дифференциальных уравнений, определения и свойства математических объектов в этой области, формулировки утверждений, методы их доказательства, возможные сферы их приложений
Уровень 1	уметь решать задачи вычислительного и теоретического характера в области дифференциальных уравнений
Уровень 1	владеть математическим аппаратом дифференциальных уравнений, методами решения задач и доказательства утверждений в этой области
<b>ОПК-1:Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности</b>	
<b>ОПК-1.1:Применяет фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук в профессиональной деятельности</b>	
Уровень 1	знать основные понятия теории дифференциальных уравнений, определения и свойства математических объектов в этой области,

	формулировки утверждений, методы их доказательства, возможные сферы их приложений
Уровень 1	уметь решать задачи вычислительного и теоретического характера в области дифференциальных уравнений
Уровень 1	владеть математическим аппаратом дифференциальных уравнений, методами решения задач и доказательства утверждений в этой области
<b>ОПК-1.2: Осуществляет выбор метода решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических знаний</b>	
Уровень 1	знать основные понятия теории дифференциальных уравнений, определения и свойства математических объектов в этой области, формулировки утверждений, методы их доказательства, возможные сферы их приложений
Уровень 1	уметь решать задачи вычислительного и теоретического характера в области дифференциальных уравнений
Уровень 1	владеть математическим аппаратом дифференциальных уравнений, методами решения задач и доказательства утверждений в этой области

#### 1.4 Место дисциплины (модуля) в структуре образовательной программы

Математический анализ  
 Аналитическая геометрия  
 Алгебра

Для успешного изучения дисциплины «Дифференциальные уравнения» необходимы знания и умения, приобретенные в результате освоения предшествующих дисциплин: «Математический анализ» (производная и дифференциал функции, неопределенный и определенный интеграл, интегрирование функций, предел, непрерывность функций, формула Тейлора, частные производные), «Линейная алгебра» (матрицы, определители, теория систем и линейных алгебраических уравнений), «Аналитическая геометрия» (кривые и поверхности 1-го и 2-го порядка).

Освоение дисциплины «Дифференциальные уравнения» необходимо при последующем изучении дисциплин (модулей): Теоретическая механика, Методы оптимизации, Уравнения математической физики, Численные методы, Избранные главы дифференциальных уравнений, Методы решения краевых задач.

#### 1.5 Особенности реализации дисциплины Язык реализации дисциплины Русский.

Дисциплина (модуль) реализуется без применения ЭО и ДОТ.

## 2. Объем дисциплины (модуля)

Вид учебной работы	Всего, зачетных единиц (акад.час)	Семестр	
		3	4
<b>Общая трудоемкость дисциплины</b>	<b>9 (324)</b>	<b>4 (144)</b>	<b>5 (180)</b>
<b>Контактная работа с преподавателем:</b>	<b>3,89 (140)</b>	<b>2 (72)</b>	<b>1,89 (68)</b>
занятия лекционного типа	1,94 (70)	1 (36)	0,94 (34)
занятия семинарского типа			
в том числе: семинары			
практические занятия	1,94 (70)	1 (36)	0,94 (34)
практикумы			
лабораторные работы			
другие виды контактной работы			
в том числе: групповые консультации			
индивидуальные консультации			
иная внеаудиторная контактная работа:			
групповые занятия			
индивидуальные занятия			
<b>Самостоятельная работа обучающихся:</b>	<b>4,11 (148)</b>	<b>2 (72)</b>	<b>2,11 (76)</b>
изучение теоретического курса (ТО)			
расчетно-графические задания, задачи (РГЗ)			
реферат, эссе (Р)			
курсовое проектирование (КП)	Нет	Нет	Нет
курсовая работа (КР)	Нет	Нет	Нет
<b>Промежуточная аттестация (Зачёт) (Экзамен)</b>	<b>1 (36)</b>		<b>1 (36)</b>

### 3 Содержание дисциплины (модуля)

#### 3.1 Разделы дисциплины и виды занятий (тематический план занятий)

№ п/п	Модули, темы (разделы) дисциплины	Занятия лекционного типа (акад. час)	Занятия семинарского типа		Самостоятельная работа, (акад. час)	Формируемые компетенции
			Семинары и/или Практические занятия (акад. час)	Лабораторные работы и/или Практикумы (акад. час)		
1	2	3	4	5	6	7
1	Основные понятия, определения и примеры. Теоремы существования и единственности	18	16	0	36	ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-3.1 ОПК-3.2 ОПК-3.3
2	Уравнения, не разрешенные относительно производных. Зависимость решений от входных данных и параметров. Линейные уравнения с постоянными коэффициентами	18	20	0	36	ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-3.1 ОПК-3.2 ОПК-3.3
3	Системы ОДУ	16	14	0	38	ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-3.1 ОПК-3.2 ОПК-3.3
4	Устойчивость. Динамические системы. Уравнения с частными производными первого порядка. Группы преобразований в ОДУ	18	20	0	38	ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-3.1 ОПК-3.2 ОПК-3.3

Всего	70	70	0	148	
-------	----	----	---	-----	--

### 3.2 Занятия лекционного типа

№ п/п	№ раздела дисциплины	Наименование занятий	Объем в акад. часах		
			Всего	в том числе, в инновационной форме	в том числе, в электронной форме
1	1	Определения уравнений и систем ДУ. Порядок уравнения, системы уравнений. Определение решения, общего решения. Простейшие ОДУ	2	0	0
2	1	Геометрическая интерпретация интегрирования ОДУ. Метод изоклин и метод Эйлера. Примеры	2	0	0
3	1	Задача Коши. Контрпримеры несуществования и неединственности решения	2	0	0
4	1	Теоремы: Арцеля, Пеано, о непродолжаемости решения, Осгуда	2	0	0
5	1	Теорема Пикара	2	0	0
6	1	Определения: метрическое пространство, непрерывность, сходимости, сжимающее отображение. Примеры	2	0	0
7	1	Принцип сжатых отображений	2	0	0
8	1	Теорема существования и единственности (на основе принципа сжатых отображений)	2	0	0
9	1	Промежуточный контроль	2	0	0

10	2	Простейшие ОДУ, не разрешенные относительно производных. Примеры. Теорема существования для ОДУ, не разрешенных относительно производной	2	0	0
11	2	Уравнения Лагранжа. Уравнения Клеро. Особое решение, определения. Теорема о дискриминантной кривой. Огибающая. Необходимое условие существования огибающей	2	0	0
12	2	Зависимость решений от входных данных. Лемма Адамара	2	0	0
13	2	Зависимость решений от входных параметров	2	0	0
14	2	Общее решение линейного однородного уравнения n-го порядка с постоянными коэффициентами (простые корни, кратные корни)	2	0	0
15	2	Определитель Вронского, формула Лиувилля	2	0	0
16	2	Выделение вещественных решений	2	0	0
17	2	Нахождение частного решения линейного неоднородного уравнения с правой частью в виде квазимногочлена	2	0	0
18	2	Метод вариации постоянных для неоднородного уравнения n-го порядка с постоянными коэффициентами	2	0	0

19	3	Системы ОДУ. Общие понятия. Задача Коши для нормальных систем ОДУ. Метод исключения для нормальных систем ОДУ	2	0	0
20	3	Теоремы существования и единственности для нормальных систем ОДУ: Лемма (основная, об оценке решения); теорема Пеано; теорема 1 (существования решения); теорема 2 (существование решения для норм. линейной системы); лемма Гронуолла-Беллмана; лемма (о сравнении, дифференциальном неравенстве); теорема (о нулевом решении); теорема Тонелли	4	0	0
21	3	Линейные однородные системы ОДУ первого порядка: фундаментальная система решений, линейная зависимость решений, определитель Вронского; теорема о представлении общего решения; формула Лиувилля	4	0	0
22	3	Общее решение для неоднородных линейных систем. Метод вариации постоянных	2	0	0
23	3	Нормальные линейные системы с постоянными коэффициентами: общее решение (в случае различных собственных значений); общее решение (в случае кратных собственных значений)	2	0	0

24	3	Промежуточный контроль	2	0	0
25	4	Устойчивость нормальных систем ОДУ	6	0	0
26	4	Динамические системы: свойства; теорема (о трех видах траекторий)	2	0	0
27	4	Траектории линейной однородной системы ОДУ 2-го порядка: узел; седло; фокус; центр; вырожденные случаи	4	0	0
28	4	Уравнения с частными производными первого порядка	2	0	0
29	4	Группы преобразований в ОДУ: определения; примеры; теорема Ли; теорема об инварианте; утверждение (об интегрирующем множителе ОДУ); уравнение Риккати (пример); теорема о группе переносов; неоднородное линейное уравнение (пример)	4	0	0
Всего			70	0	0

### 3.3 Занятия семинарского типа

№ п/п	№ раздела дисциплины	Наименование занятий	Объем в акад. часах		
			Всего	в том числе, в инновационной форме	в том числе, в электронной форме
1	1	Изоклины. Составление дифференциального уравнения семейства кривых	2	0	0
2	1	Уравнения с разделяющимися переменными	2	0	0
3	1	Геометрические и физические задачи, решаемые с помощью ОДУ	2	0	0
4	1	Однородные уравнения	2	0	0

5	1	Линейные уравнения первого порядка	4	0	0
6	1	Теоремы существования и единственности решения	2	0	0
7	1	Контрольная работа	2	0	0
8	2	Уравнения в полных дифференциалах. Интегрирующий множитель	4	0	0
9	2	Уравнения, не разрешенные относительно производной. Уравнения Лагранжа. Уравнения Клеро	4	0	0
10	2	Особое решение ОДУ	2	0	0
11	2	Уравнения, допускающие понижение порядка	4	0	0
12	2	Линейные уравнения с постоянными коэффициентами	4	0	0
13	2	Контрольная работа	2	0	0
14	3	Линейные уравнения с переменными коэффициентами	6	0	0
15	3	Решение линейных однородных и неоднородных систем ОДУ с постоянными коэффициентами	6	0	0
16	3	Контрольная работа	2	0	0
17	4	Устойчивость	8	0	0
18	4	Фазовая плоскость автономных систем. Особые точки	6	0	0
19	4	Уравнения в частных производных первого порядка	4	0	0
20	4	Контрольная работа	2	0	0
Итого			70	0	0

### 3.4 Лабораторные занятия

№	№	Наименование занятий	Объем в акад. часах
---	---	----------------------	---------------------

п/п	раздела дисциплины		Всего	в том числе, в инновационной форме	в том числе, в электронной форме

## 5 Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации

Оценочные средства находятся в приложении к рабочим программам дисциплин.

## 6 Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)

6.1. Основная литература			
	Авторы, составители	Заглавие	Издательство, год
Л1.1	Понтрягин Л. С.	Дифференциальные уравнения и их приложения: монография	Москва: УРСС (URSS), 2004
Л1.2	Петровский И. Г.	Лекции по теории обыкновенных дифференциальных уравнений: [учебное пособие для физико-математических факультетов университетов]	Москва: Физматлит, 2009
Л1.3	Филиппов А. Ф.	Сборник задач по дифференциальным уравнениям: более 1400 задач с ответами	Москва: URSS, 2008
Л1.4	Родионов А. А., Франк А. М.	Дифференциальные уравнения: конспект лекций	Красноярск: ИПК СФУ, 2007
Л1.5	Вайнштейн И. И., Лазарева Н. Н., Полынцева С. В., Франк А. М., Шанько Ю. В.	Дифференциальные уравнения: метод. пособие для самостоят. работы	Красноярск: ИПК СФУ, 2007
Л1.6	Полынцева С. В., Родионов А. А., Шанько Ю. В.	Дифференциальные уравнения: учеб.-метод. пособие для самостоят. работы [для студентов спец. 010501.65, 010500.62, 010101.65, 010100.62, 010300.62]	Красноярск: СФУ, 2012
Л1.7	Полынцева С. В., Родионов А. А., Шанько Ю. В.	Дифференциальные уравнения: учеб. - метод. пособие для подготовки к экзамену	Красноярск: СФУ, 2012
6.2. Дополнительная литература			
	Авторы, составители	Заглавие	Издательство, год
Л2.1	Матвеев Н. М.	Методы интегрирования обыкновенных дифференциальных уравнений: учебник для механико-математических факультетов университетов	Москва: Высшая школа, 1967

Л2.2	Самойленко А. М., Кривошея С. А., Перестюк Н. А.	Дифференциальные уравнения: примеры и задачи: учебное пособие для вузов	Москва: Высшая школа, 1989
Л2.3	Краснов М. Л., Киселев А.И., Макаренко Г.И.	Сборник задач по обыкновенным дифференциальным уравнениям: учеб. пособие	Москва: Высшая школа, 1978
Л2.4	Егоров А. И.	Обыкновенные дифференциальные уравнения с приложениями: [учеб. пособие]	Москва: ФИЗМАТЛИТ, 2005
Л2.5	Понтрягин Л. С.	Обыкновенные дифференциальные уравнения: учебник для маг. специальностей ун-тов	М.: Наука, 1982

### **7 Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины (модуля)**

Э1	Обыкновенные дифференциальные уравнения. Презентационные материалы : наглядное пособие / кол. авт. Сибирский федеральный университет [СФУ]. - Версия 1.0. - Электронные данные (PDF; 3880 Кб). - , 2007 . - Режим доступа: свободный	<a href="http://mail.lib.sfu-kras.ru/ft/ft/_umkd/14/presentation.pdf">http://mail.lib.sfu-kras.ru/ft/ft/_umkd/14/presentation.pdf</a>
----	--	---

### **8 Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)**

В течение каждого из двух семестров учебный процесс по курсу «Дифференциальные уравнения» включает в себя: лекции – 1 раз в неделю (2 часа), практические занятия – 1 раз в неделю (2 часа), неделю промежуточного контроля. В середине каждого из семестров проводится промежуточный контроль, в конце 3 семестра зачет и в конце 4 семестра – экзамен. В каждом семестре проводятся две контрольные работы. Зачет выставляется по результатам текущей работы студента на практических занятиях (активность на практических занятиях, решение домашних задач, решение индивидуальных заданий, написание контрольных работ) и собеседования.

Итоговая оценка за курс в 4 семестре выставляется в результате суммирования баллов за текущую успеваемость (контрольные работы, домашние задачи, индивидуальные задания) и за экзамен.

Информацию об организации учебного процесса в Сибирском федеральном университете с использованием системы зачетных единиц можно найти в документах:

- Положение о курсовых, экзаменах и зачетах;
- Памятка студенту об обучении с использованием зачетных

единиц и балльно-рейтинговой системы.

В дисциплине «Дифференциальные уравнения» реализуются следующие виды самостоятельной работы: самостоятельное изучение теоретического материала, индивидуальные задания и домашние задачи.

Под самостоятельным изучением теоретического материала подразумевается изучение студентами конспекта лекций [Л1.4] и дополнительных тем. При самостоятельном изучении конспекта лекций используются вопросы для проверки и самоконтроля, приведенные в конце каждой темы. Объем этой работы составляет:

- в 3 семестре 0,39 з.е. (14 часов), кроме того, 0,5 з.е. (18 часов) отводится на изучение дополнительных тем, (всего 0,89 з.е. (32 часа));
- в 4 семестре 0,47 з.е. (17 часов), дополнительных тем нет.

Дополнительные темы формулируются в [Л1.6] с указанием учебного пособия, где эти вопросы разбираются. Знание данных тем проверяется на контрольной неделе и непосредственно на экзамене в конце 3 семестра (в качестве дополнительных вопросов). Общий объем самостоятельного изучения теоретического материала за 3 и 4 семестры составляет 1,36 з.е. (49 часов). Все необходимые учебники и учебные пособия для самостоятельного изучения теоретического курса приведены в списке литературы.

Преподаватель, ведущий практику, на первом занятии или в течение первого месяца выдает блок индивидуальных заданий (31 задача, см. в [Л1.6] п. 4.1), включающий в себя задания по каждому модулю за 3 и 4 семестры. Общий объем трудоемкости за два семестра составляет 1,06 з.е. (38 часов). Выдача индивидуальных заданий и сдача решенных индивидуальных заданий производится согласно графику учебного процесса и самостоятельной работы студентов. Сдача решенных индивидуальных заданий преподавателю, ведущему практические занятия, производится студентом в письменном виде.

Требования к оформлению:

- решения задач следует оформлять в отдельной тетради,
- решения задач должны сопровождаться подробными и четкими математическими выкладками, ссылками на теоретический материал (теорему, лемму, утверждение),
- в тетради решенные задачи вместе с их формулировками должны располагаться по возрастанию их порядковых номеров.

Помимо индивидуальных заданий ведется текущий контроль домашней работы студентов. В конце каждого практического занятия студенты получают 5 домашних задач. Данные задачи просматриваются преподавателем на следующем занятии. Студенты,

испытывающие трудность при решении домашних задач могут попросить у преподавателя разобрать эти задачи на занятиях. Общий объем трудоемкости за два семестра составляет 1,69 з.е. (61 час).

Учебно-методические пособия:

1. Филиппов А.Ф. Сборник задач по дифференциальным уравнениям. М.: Регулярная и хаотическая динамика, 2004.

2. Дифференциальные уравнения : учебное пособие по практическим занятиям / И. И. Вайнштейн, Нина Николаевна Лазарева, Светлана Владимировна Полынцева, Александр Алексеевич Родионов и Юрий Вадимович Шанько ; кол. авт. Сибирский федеральный университет [СФУ]. - Версия 1.0. - Электронные данные (PDF; 546 Кб). - , 2007 . - Режим доступа: свободный . - [http://mail.lib.sfu-kras.ru/ft/ft/\\_umkd/14/u\\_practik.pdf](http://mail.lib.sfu-kras.ru/ft/ft/_umkd/14/u_practik.pdf)

Учебно-методические материалы для самостоятельной работы обучающихся из числа инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья предоставляются в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации в зависимости от нозологии:

Для лиц с нарушениями зрения:

– в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями слуха:

– в печатной форме,

– в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:

– в печатной форме,

– в форме электронного документа.

## **9 Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю) (при необходимости)**

### **9.1 Перечень необходимого программного обеспечения**

9.1.1	Не используются.
9.1.2	

### **9.2 Перечень необходимых информационных справочных систем**

9.2.1	Web – ресурс: <a href="http://bik.sfu-kras.ru">bik.sfu-kras.ru</a> .
-------	--

## **10 Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)**

Для проведения занятий используются учебные аудитории. Аудитории должны быть оборудованы досками.

Освоение дисциплины инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья в зависимости от нозологий, осуществляется с использованием средств обучения общего и специального назначения.