

Министерство науки и высшего образования РФ
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования
«СИБИРСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

СОГЛАСОВАНО

Заведующий кафедрой

Кафедра математического
анализа и дифф.уравнений
(МАиДУ_ФМиИ)

наименование кафедры

подпись, инициалы, фамилия

«___» _____ 20__г.

институт, реализующий ОП ВО

УТВЕРЖДАЮ

Заведующий кафедрой

Кафедра математического анализа
и дифф.уравнений
(МАиДУ_ФМиИ)

наименование кафедры

И.В. Фроленков

подпись, инициалы, фамилия

«___» _____ 20__г.

институт, реализующий дисциплину

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ
ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ
УРАВНЕНИЯ**

Дисциплина Б1.О.14 Дифференциальные уравнения

Направление подготовки /
специальность 01.03.02 Прикладная математика и
информатика Профиль 01.03.02.31
Математическое моделирование и

Направленность
(профиль)

Форма обучения

очная

Год набора

2020

Красноярск 2021

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

составлена в соответствии с Федеральным государственным образовательным стандартом высшего образования с учетом профессиональных стандартов по укрупненной группе

010000 «МАТЕМАТИКА И МЕХАНИКА»

Направление подготовки /специальность (профиль/специализация)

Направление 01.03.02 Прикладная математика и информатика Профиль

01.03.02.31 Математическое моделирование и вычислительная

математика

Программу
составили

доктор физ.-мат. наук, профессор, Родионов
Александр Алексеевич; канд. физ.-мат. наук, доцент,
Полынцева Светлана Владимировна

1 Цели и задачи изучения дисциплины

1.1 Цель преподавания дисциплины

Дисциплина «Дифференциальные уравнения» относится к обязательным дисциплинам, входящим в базовую часть профессионального цикла ООП бакалавриата по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика профиль подготовки Математическое моделирование и вычислительная математика

Основные цели преподавания учебной дисциплины «Дифференциальные уравнения»:

- ознакомить студентов с теорией обыкновенных дифференциальных уравнений;
- подготовить студентов к самостоятельному изучению дополнительного материала;
- вооружить умением пользоваться теорией при решении практических задач;
- выработать у студентов навыки математического моделирования реальных явлений с помощью обыкновенных дифференциальных уравнений.

1.2 Задачи изучения дисциплины

Основными задачами изучения дисциплины «Дифференциальные уравнения» являются усвоение и применение на практике следующих разделов и тем:

- достаточные условия существования и единственности решений задачи Коши;
- непрерывная зависимость решений от входных данных;
- свойства непродолжаемых решений;
- уравнения с разделяющимися переменными, однородные уравнения, уравнения в полных дифференциалах, интегрирующий множитель, линейное уравнение, уравнение Бернулли, уравнения Лагранжа и Клеро;
- линейные уравнения с постоянными коэффициентами;
- линейная зависимость функций и определитель Вронского; формула Лиувилля – Остроградского; фундаментальные системы и общее решение линейной однородной системы (уравнения); неоднородные линейные системы (уравнения);
- методы исследования устойчивости решений и положений равновесия;
- уравнения с частными производными первого порядка, первые интегралы;

- группы преобразований в ОДУ.

1.3 Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы

ОПК-3:Способен применять и модифицировать математические модели для решения задач в области профессиональной деятельности	
ОПК-3.1:Выписывает математические постановки классических моделей, применяемых в различных областях человеческой деятельности	
Уровень 1	знать основные понятия теории дифференциальных уравнений, определения и свойства математических объектов в этой области, формулировки утверждений, методы их доказательства, возможные сферы их приложений
Уровень 1	уметь решать задачи вычислительного и теоретического характера в области дифференциальных уравнений
Уровень 1	владеть математическим аппаратом дифференциальных уравнений, методами решения задач и доказательства утверждений в этой области
ОПК-3.2:Модифицирует классические математические модели для решения конкретных задач профессиональной деятельности	
Уровень 1	знать основные понятия теории дифференциальных уравнений, определения и свойства математических объектов в этой области, формулировки утверждений, методы их доказательства, возможные сферы их приложений
Уровень 1	уметь решать задачи вычислительного и теоретического характера в области дифференциальных уравнений
Уровень 1	владеть математическим аппаратом дифференциальных уравнений, методами решения задач и доказательства утверждений в этой области
ОПК-3.3:Применяет методы математического моделирования для решения конкретных задач профессиональной деятельности	
Уровень 1	знать основные понятия теории дифференциальных уравнений, определения и свойства математических объектов в этой области, формулировки утверждений, методы их доказательства, возможные сферы их приложений
Уровень 1	уметь решать задачи вычислительного и теоретического характера в области дифференциальных уравнений
Уровень 1	владеть математическим аппаратом дифференциальных уравнений, методами решения задач и доказательства утверждений в этой области
ОПК-1:Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности	
ОПК-1.1:Применяет фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук в профессиональной деятельности	
Уровень 1	знать основные понятия теории дифференциальных уравнений, определения и свойства математических объектов в этой области,

	формулировки утверждений, методы их доказательства, возможные сферы их приложений
Уровень 1	уметь решать задачи вычислительного и теоретического характера в области дифференциальных уравнений
Уровень 1	владеть математическим аппаратом дифференциальных уравнений, методами решения задач и доказательства утверждений в этой области
ОПК-1.2: Осуществляет выбор метода решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических знаний	
Уровень 1	знать основные понятия теории дифференциальных уравнений, определения и свойства математических объектов в этой области, формулировки утверждений, методы их доказательства, возможные сферы их приложений
Уровень 1	уметь решать задачи вычислительного и теоретического характера в области дифференциальных уравнений
Уровень 1	владеть математическим аппаратом дифференциальных уравнений, методами решения задач и доказательства утверждений в этой области

1.4 Место дисциплины (модуля) в структуре образовательной программы

Математический анализ
 Аналитическая геометрия
 Алгебра

Для успешного изучения дисциплины «Дифференциальные уравнения» необходимы знания и умения, приобретенные в результате освоения предшествующих дисциплин: «Математический анализ» (производная и дифференциал функции, неопределенный и определенный интеграл, интегрирование функций, предел, непрерывность функций, формула Тейлора, частные производные), «Линейная алгебра» (матрицы, определители, теория систем и линейных алгебраических уравнений), «Аналитическая геометрия» (кривые и поверхности 1-го и 2-го порядка).

Освоение дисциплины «Дифференциальные уравнения» необходимо при последующем изучении дисциплин (модулей): Теоретическая механика, Методы оптимизации, Уравнения математической физики, Численные методы, Избранные главы дифференциальных уравнений, Методы решения краевых задач.

1.5 Особенности реализации дисциплины Язык реализации дисциплины Русский.

Дисциплина (модуль) реализуется без применения ЭО и ДОТ.

2. Объем дисциплины (модуля)

Вид учебной работы	Всего, зачетных единиц (акад.час)	Семестр	
		3	4
Общая трудоемкость дисциплины	9 (324)	4 (144)	5 (180)
Контактная работа с преподавателем:	3,89 (140)	2 (72)	1,89 (68)
занятия лекционного типа	1,94 (70)	1 (36)	0,94 (34)
занятия семинарского типа			
в том числе: семинары			
практические занятия	1,94 (70)	1 (36)	0,94 (34)
практикумы			
лабораторные работы			
другие виды контактной работы			
в том числе: групповые консультации			
индивидуальные консультации			
иная внеаудиторная контактная работа:			
групповые занятия			
индивидуальные занятия			
Самостоятельная работа обучающихся:	4,11 (148)	2 (72)	2,11 (76)
изучение теоретического курса (ТО)			
расчетно-графические задания, задачи (РГЗ)			
реферат, эссе (Р)			
курсовое проектирование (КП)	Нет	Нет	Нет
курсовая работа (КР)	Нет	Нет	Нет
Промежуточная аттестация (Зачёт) (Экзамен)	1 (36)		1 (36)

3 Содержание дисциплины (модуля)

3.1 Разделы дисциплины и виды занятий (тематический план занятий)

№ п/п	Модули, темы (разделы) дисциплины	Занятия лекционного типа (акад. час)	Занятия семинарского типа		Самостоятельная работа, (акад. час)	Формируемые компетенции
			Семинары и/или Практические занятия (акад. час)	Лабораторные работы и/или Практикумы (акад. час)		
1	2	3	4	5	6	7
1	Основные понятия, определения и примеры. Теоремы существования и единственности	18	16	0	36	ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-3.1 ОПК-3.2 ОПК-3.3
2	Уравнения, не разрешенные относительно производных. Зависимость решений от входных данных и параметров. Линейные уравнения с постоянными коэффициентами	18	20	0	36	ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-3.1 ОПК-3.2 ОПК-3.3
3	Системы ОДУ	16	14	0	38	ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-3.1 ОПК-3.2 ОПК-3.3
4	Устойчивость. Динамические системы. Уравнения с частными производными первого порядка. Группы преобразований в ОДУ	18	20	0	38	ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-3.1 ОПК-3.2 ОПК-3.3

Всего	70	70	0	148	
-------	----	----	---	-----	--

3.2 Занятия лекционного типа

№ п/п	№ раздела дисциплины	Наименование занятий	Объем в акад. часах		
			Всего	в том числе, в инновационной форме	в том числе, в электронной форме
1	1	Определения уравнений и систем ДУ. Порядок уравнения, системы уравнений. Определение решения, общего решения. Простейшие ОДУ	2	0	0
2	1	Геометрическая интерпретация интегрирования ОДУ. Метод изоклин и метод Эйлера. Примеры	2	0	0
3	1	Задача Коши. Контрпримеры несуществования и неединственности решения	2	0	0
4	1	Теоремы: Арцеля, Пеано, о непродолжаемости решения, Осгуда	2	0	0
5	1	Теорема Пикара	2	0	0
6	1	Определения: метрическое пространство, непрерывность, сходимое, сжимающее отображение. Примеры	2	0	0
7	1	Принцип сжатых отображений	2	0	0
8	1	Теорема существования и единственности (на основе принципа сжатых отображений)	2	0	0
9	1	Промежуточный контроль	2	0	0

10	2	Простейшие ОДУ, не разрешенные относительно производных. Примеры. Теорема существования для ОДУ, не разрешенных относительно производной	2	0	0
11	2	Уравнения Лагранжа. Уравнения Клеро. Особое решение, определения. Теорема о дискриминантной кривой. Огибающая. Необходимое условие существования огибающей	2	0	0
12	2	Зависимость решений от входных данных. Лемма Адамара	2	0	0
13	2	Зависимость решений от входных параметров	2	0	0
14	2	Общее решение линейного однородного уравнения n-го порядка с постоянными коэффициентами (простые корни, кратные корни)	2	0	0
15	2	Определитель Вронского, формула Лиувилля	2	0	0
16	2	Выделение вещественных решений	2	0	0
17	2	Нахождение частного решения линейного неоднородного уравнения с правой частью в виде квазимногочлена	2	0	0
18	2	Метод вариации постоянных для неоднородного уравнения n-го порядка с постоянными коэффициентами	2	0	0

19	3	Системы ОДУ. Общие понятия. Задача Коши для нормальных систем ОДУ. Метод исключения для нормальных систем ОДУ	2	0	0
20	3	Теоремы существования и единственности для нормальных систем ОДУ: Лемма (основная, об оценке решения); теорема Пеано; теорема 1 (существования решения); теорема 2 (существование решения для норм. линейной системы); лемма Гронуолла-Беллмана; лемма (о сравнении, дифференциальном неравенстве); теорема (о нулевом решении); теорема Тонелли	4	0	0
21	3	Линейные однородные системы ОДУ первого порядка: фундаментальная система решений, линейная зависимость решений, определитель Вронского; теорема о представлении общего решения; формула Лиувилля	4	0	0
22	3	Общее решение для неоднородных линейных систем. Метод вариации постоянных	2	0	0
23	3	Нормальные линейные системы с постоянными коэффициентами: общее решение (в случае различных собственных значений); общее решение (в случае кратных собственных значений)	2	0	0

24	3	Промежуточный контроль	2	0	0
25	4	Устойчивость нормальных систем ОДУ	6	0	0
26	4	Динамические системы: свойства; теорема (о трех видах траекторий)	2	0	0
27	4	Траектории линейной однородной системы ОДУ 2-го порядка: узел; седло; фокус; центр; вырожденные случаи	4	0	0
28	4	Уравнения с частными производными первого порядка	2	0	0
29	4	Группы преобразований в ОДУ: определения; примеры; теорема Ли; теорема об инварианте; утверждение (об интегрирующем множителе ОДУ); уравнение Риккати (пример); теорема о группе переносов; неоднородное линейное уравнение (пример)	4	0	0
Всего			70	0	0

3.3 Занятия семинарского типа

№ п/п	№ раздела дисциплины	Наименование занятий	Объем в акад. часах		
			Всего	в том числе, в инновационной форме	в том числе, в электронной форме
1	1	Изоклины. Составление дифференциального уравнения семейства кривых	2	0	0
2	1	Уравнения с разделяющимися переменными	2	0	0
3	1	Геометрические и физические задачи, решаемые с помощью ОДУ	2	0	0
4	1	Однородные уравнения	2	0	0

5	1	Линейные уравнения первого порядка	4	0	0
6	1	Теоремы существования и единственности решения	2	0	0
7	1	Контрольная работа	2	0	0
8	2	Уравнения в полных дифференциалах. Интегрирующий множитель	4	0	0
9	2	Уравнения, не разрешенные относительно производной. Уравнения Лагранжа. Уравнения Клеро	4	0	0
10	2	Особое решение ОДУ	2	0	0
11	2	Уравнения, допускающие понижение порядка	4	0	0
12	2	Линейные уравнения с постоянными коэффициентами	4	0	0
13	2	Контрольная работа	2	0	0
14	3	Линейные уравнения с переменными коэффициентами	6	0	0
15	3	Решение линейных однородных и неоднородных систем ОДУ с постоянными коэффициентами	6	0	0
16	3	Контрольная работа	2	0	0
17	4	Устойчивость	8	0	0
18	4	Фазовая плоскость автономных систем. Особые точки	6	0	0
19	4	Уравнения в частных производных первого порядка	4	0	0
20	4	Контрольная работа	2	0	0
Итого			70	0	0

3.4 Лабораторные занятия

№	№	Наименование занятий	Объем в акад. часах
---	---	----------------------	---------------------

п/п	раздела дисциплины		Всего	в том числе, в инновационной форме	в том числе, в электронной форме

5 Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации

Оценочные средства находятся в приложении к рабочим программам дисциплин.

6 Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)

6.1. Основная литература			
	Авторы, составители	Заглавие	Издательство, год
Л1.1	Понтрягин Л. С.	Дифференциальные уравнения и их приложения: монография	Москва: УРСС (URSS), 2004
Л1.2	Петровский И. Г.	Лекции по теории обыкновенных дифференциальных уравнений: [учебное пособие для физико-математических факультетов университетов]	Москва: Физматлит, 2009
Л1.3	Филиппов А. Ф.	Сборник задач по дифференциальным уравнениям: более 1400 задач с ответами	Москва: URSS, 2008
Л1.4	Родионов А. А., Франк А. М.	Дифференциальные уравнения: конспект лекций	Красноярск: ИПК СФУ, 2007
Л1.5	Вайнштейн И. И., Лазарева Н. Н., Полынцева С. В., Франк А. М., Шанько Ю. В.	Дифференциальные уравнения: метод. пособие для самостоят. работы	Красноярск: ИПК СФУ, 2007
Л1.6	Полынцева С. В., Родионов А. А., Шанько Ю. В.	Дифференциальные уравнения: учеб.-метод. пособие для самостоят. работы [для студентов спец. 010501.65, 010500.62, 010101.65, 010100.62, 010300.62]	Красноярск: СФУ, 2012
Л1.7	Полынцева С. В., Родионов А. А., Шанько Ю. В.	Дифференциальные уравнения: учеб. - метод. пособие для подготовки к экзамену	Красноярск: СФУ, 2012
6.2. Дополнительная литература			
	Авторы, составители	Заглавие	Издательство, год
Л2.1	Матвеев Н. М.	Методы интегрирования обыкновенных дифференциальных уравнений: учебник для механико-математических факультетов университетов	Москва: Высшая школа, 1967

Л2.2	Самойленко А. М., Кривошея С. А., Перестюк Н. А.	Дифференциальные уравнения: примеры и задачи: учебное пособие для вузов	Москва: Высшая школа, 1989
Л2.3	Краснов М. Л., Киселев А.И., Макаренко Г.И.	Сборник задач по обыкновенным дифференциальным уравнениям: учеб. пособие	Москва: Высшая школа, 1978
Л2.4	Егоров А. И.	Обыкновенные дифференциальные уравнения с приложениями: [учеб. пособие]	Москва: ФИЗМАТЛИТ, 2005
Л2.5	Понтрягин Л. С.	Обыкновенные дифференциальные уравнения: учебник для маг. специальностей ун-тов	М.: Наука, 1982

7 Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины (модуля)

Э1	Обыкновенные дифференциальные уравнения. Презентационные материалы : наглядное пособие / кол. авт. Сибирский федеральный университет [СФУ]. - Версия 1.0. - Электронные данные (PDF; 3880 Кб). - , 2007 . - Режим доступа: свободный	http://mail.lib.sfu-kras.ru/ft/ft/_umkd/14/presentation.pdf
----	--	---

8 Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)

В течение каждого из двух семестров учебный процесс по курсу «Дифференциальные уравнения» включает в себя: лекции – 1 раз в неделю (2 часа), практические занятия – 1 раз в неделю (2 часа), неделю промежуточного контроля. В середине каждого из семестров проводится промежуточный контроль, в конце 3 семестра зачет и в конце 4 семестра – экзамен. В каждом семестре проводятся две контрольные работы. Зачет выставляется по результатам текущей работы студента на практических занятиях (активность на практических занятиях, решение домашних задач, решение индивидуальных заданий, написание контрольных работ) и собеседования.

Итоговая оценка за курс в 4 семестре выставляется в результате суммирования баллов за текущую успеваемость (контрольные работы, домашние задачи, индивидуальные задания) и за экзамен.

Информацию об организации учебного процесса в Сибирском федеральном университете с использованием системы зачетных единиц можно найти в документах:

- Положение о курсовых, экзаменах и зачетах;
- Памятка студенту об обучении с использованием зачетных

единиц и балльно-рейтинговой системы.

В дисциплине «Дифференциальные уравнения» реализуются следующие виды самостоятельной работы: самостоятельное изучение теоретического материала, индивидуальные задания и домашние задачи.

Под самостоятельным изучением теоретического материала подразумевается изучение студентами конспекта лекций [Л1.4] и дополнительных тем. При самостоятельном изучении конспекта лекций используются вопросы для проверки и самоконтроля, приведенные в конце каждой темы. Объем этой работы составляет:

- в 3 семестре 0,39 з.е. (14 часов), кроме того, 0,5 з.е. (18 часов) отводится на изучение дополнительных тем, (всего 0,89 з.е. (32 часа));
- в 4 семестре 0,47 з.е. (17 часов), дополнительных тем нет.

Дополнительные темы формулируются в [Л1.6] с указанием учебного пособия, где эти вопросы разбираются. Знание данных тем проверяется на контрольной неделе и непосредственно на экзамене в конце 3 семестра (в качестве дополнительных вопросов). Общий объем самостоятельного изучения теоретического материала за 3 и 4 семестры составляет 1,36 з.е. (49 часов). Все необходимые учебники и учебные пособия для самостоятельного изучения теоретического курса приведены в списке литературы.

Преподаватель, ведущий практику, на первом занятии или в течение первого месяца выдает блок индивидуальных заданий (31 задача, см. в [Л1.6] п. 4.1), включающий в себя задания по каждому модулю за 3 и 4 семестры. Общий объем трудоемкости за два семестра составляет 1,06 з.е. (38 часов). Выдача индивидуальных заданий и сдача решенных индивидуальных заданий производится согласно графику учебного процесса и самостоятельной работы студентов. Сдача решенных индивидуальных заданий преподавателю, ведущему практические занятия, производится студентом в письменном виде.

Требования к оформлению:

- решения задач следует оформлять в отдельной тетради,
- решения задач должны сопровождаться подробными и четкими математическими выкладками, ссылками на теоретический материал (теорему, лемму, утверждение),
- в тетради решенные задачи вместе с их формулировками должны располагаться по возрастанию их порядковых номеров.

Помимо индивидуальных заданий ведется текущий контроль домашней работы студентов. В конце каждого практического занятия студенты получают 5 домашних задач. Данные задачи просматриваются преподавателем на следующем занятии. Студенты,

испытывающие трудность при решении домашних задач могут попросить у преподавателя разобрать эти задачи на занятиях. Общий объем трудоемкости за два семестра составляет 1,69 з.е. (61 час).

Учебно-методические пособия:

1. Филиппов А.Ф. Сборник задач по дифференциальным уравнениям. М.: Регулярная и хаотическая динамика, 2004.

2. Дифференциальные уравнения : учебное пособие по практическим занятиям / И. И. Вайнштейн, Нина Николаевна Лазарева, Светлана Владимировна Полынцева, Александр Алексеевич Родионов и Юрий Вадимович Шанько ; кол. авт. Сибирский федеральный университет [СФУ]. - Версия 1.0. - Электронные данные (PDF; 546 Кб). - , 2007 . - Режим доступа: свободный . - http://mail.lib.sfu-kras.ru/ft/ft/_umkd/14/u_practik.pdf

Учебно-методические материалы для самостоятельной работы обучающихся из числа инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья предоставляются в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации в зависимости от нозологии:

Для лиц с нарушениями зрения:

– в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями слуха:

– в печатной форме,

– в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:

– в печатной форме,

– в форме электронного документа.

9 Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю) (при необходимости)

9.1 Перечень необходимого программного обеспечения

9.1.1	Не используются.
9.1.2	

9.2 Перечень необходимых информационных справочных систем

9.2.1	Web – ресурс: bik.sfu-kras.ru .
-------	--

10 Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)

Для проведения занятий используются учебные аудитории. Аудитории должны быть оборудованы досками.

Освоение дисциплины инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья в зависимости от нозологий, осуществляется с использованием средств обучения общего и специального назначения.